Contoh Soal Olimpiade Sains
BIDANG INFORMATIKA/KOMPUTER
dan Pembahasan

Disusun Oleh:
Tim Pembina Olimpiade Sains Bidang Komputer
dan Alumni TOKI

A. Soal Aritmatika, Analitika dan Logika

1. Seorang wanita menerima warisan sebesar $\frac{1}{3}$ dari harta suaminya seorang pengusaha yang meninggal dunia karena kecelakaan pesawat. Dan tiga orang putranya juga menerima masing-masing $\frac{1}{3}$ dari sisanya. Jika wanita tersebut dan salah seorang anaknya menerima total sebesar Rp. 6 milyar, berapakah total harta yang ditinggalkan oleh pengusaha tersebut ?
   (A) Rp. 9 milyar
   (B) Rp. 9,6 milyar
   (C) Rp. 10.8 milyar
   (D) Rp. 13.5 milyar
   (E) Rp. 18 milyar

Misal:

harta pengusaha = x

warisan yang diterima istri pengusaha = w

warisan yang diterima putra pengusaha = p

Deskripsi matematis persoalan:

$$\begin{aligned} w &= \tfrac{1}{3}x \\ p &= \tfrac{1}{3}\times(x-w) \\ &= \tfrac{1}{3}\times(x-\tfrac{1}{3}x) \\ &= \tfrac{1}{3}\times\tfrac{2}{3}x \\ &= \tfrac{2}{9}x \\ w+p &= 6 \\ x &= ? \end{aligned}$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} w+p &= 6 \\ \tfrac{1}{3}x+\tfrac{2}{9}x &= 6 \\ \tfrac{3}{9}x+\tfrac{2}{9}x &= 6 \\ \tfrac{5}{9}x &= 6 \\ x &= \tfrac{9}{5}\times 6 \\ &= \tfrac{54}{5} \\ &= 10.8 \end{aligned}$$

(OSP 2006)

2. Jika x = 0.888, y = $\sqrt{0.888}$, dan z = $(0.888)^2$, manakah pernyataan berikut yang paling benar ?
   (A) x < y < z
   (B) x < z < y
   (C) y < x < z
   (D) y < z < x
   (E) z < x < y

Bilangan real di antara 0 dan 1 (eksklusif), jika dikuadratkan akan semakin kecil, jika diakarpangkatduakan akan semakin besar.

Sebagai referensi,

$$\sqrt{0.888} \approx 0.942$$
$$(0.888)^2 \approx 0.789$$

(OSP 2006)

3. Jika n adalah nilai rata-rata dari tiga buah angka yaitu 6, 9, dan k berapakah nilai k sesungguhnya ?
   (A) $3n - 15$
   (B) $n - 5$
   (C) $n - 15$
   (D) $\frac{n-15}{3}$
   (E) $\frac{n+15}{3}$

$$\frac{6+9+k}{3} = n$$
$$15 + k = 3n$$
$$k = 3n - 15$$

(OSP 2006)

4. Seorang Pedagang membeli buku dari penyalur di kawasan Pasar Cikapundung, Bandung seharga Rp. 36.000, dia harus menyisakan biaya ongkos sebesar 10%. Selain itu dia juga harus menyisakan keuntungan sebesar Rp. 9.000 per bukunya. Harga jual buku tersebut akan naik berapa persen jika dibandingkan harga belinya ?
   (A) 27.5 %
   (B) 35 %
   (C) 45 %
   (D) 25 %
   (E) 15 %

Misal:

Harga jual buku = s

Harga beli buku = b

Selisih harga jual dan harga beli = d

Deskripsi matematis persoalan:

$$b = 36\,000$$
$$s = b + 10\% b + 9\,000$$
$$d = s - b$$
$$d/b = ?$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} s &= b + 10\% b + 9\,000 \\ &= 1.1b + 9\,000 \\ &= 1.1 \times 36\,000 + 9\,000 \\ &= 39\,600 + 9\,000 \\ &= 48\,600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d &= s - b \\ &= 48\,600 - 36\,000 \\ &= 12\,600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d/b &= \frac{12\,600}{36\,000} \\ &= \tfrac{7}{20} \times 100\% \\ &= 35\% \end{aligned}$$

(OSP 2006)

5. Ibu Dina sedang mencoba untuk membuka usaha *'bakery'* disebuah ruko di perumahan elit di kawasan Cibubur. Dari resep yang ia pelajari, untuk suatu campuran adonan brownies kukus diperlukan 1½ cangkir terigu dan 4½ cangkir air. Bila ternyata sisa tepung terigu yang tersisa di lemari tinggal ¾ cangkir, berapa cangkirkah air yang diperlukan ?
   (A) 2 cangkir
   (B) 2 ¼ cangkir
   (C) 3 ½ cangkir
   (D) 3 ¼ cangkir
   (E) Sesuai dengan resep

Perbandingan terigu dan air dalam adonan = $1\tfrac{1}{2} : 4\tfrac{1}{2} = \frac{3}{2} : \frac{9}{2} = 1 : 3$

Karena perbandingan terigu dan air dalam suatu adonan haruslah tetap, jumlah air yang diperlukan apabila tepung terigu yang tersisa tinggal $\tfrac{3}{4}$ cangkir adalah $3 \times \tfrac{3}{4} = \tfrac{9}{4} = 2\tfrac{1}{4}$ cangkir.

(OSP 2006)

6. Hitunglah (80! × 38!) /(77! × 40!)
   (A) 316
   (B) 2023
   (C) 871
   (D) 412
   (E) 391

$$\frac{80! \times 38!}{77! \times 40!} = \frac{\cancel{80!}^{80\times79\times78} \times \cancel{38!}}{\cancel{77!} \times \cancel{40!}^{40\times39}}$$

$$= \frac{\cancel{80}^{2} \times 79 \times \cancel{78}^{2}}{\cancel{40} \times \cancel{39}}$$

$$= 4 \times 79$$

$$= 316$$

(OSP 2006)

7. Jumlah dua digit pertama dari bilangan hasil perkalian $5^{30003} \times 8^{10004}$ adalah
   (A) 16
   (B) 6
   (C) 14
   (D) 10
   (E) 8

$$
\begin{aligned}
5^{30003} \times 8^{10004} &= 5^{30003} \times (2^3)^{10004} \\
&= 5^{30003} \times 2^{3\times 10004} \\
&= 5^{30003} \times 2^{30012} \\
&= 10^{30003} \times 2^9 \\
&= 512 \times 10^{30003}
\end{aligned}
$$

Jumlah dua digit pertama hasil perkalian tersebut adalah 5 + 1 = 6

(OSP 2006)

<u>Untuk nomor soal 8-9 perhatikan penjelasan ini</u>

Ingat bahwa perkalian tiga matriks A.B.C dapat dilakukan dengan cara (A.B).C, yaitu A.B terlebih dahulu kemudian hasilnya dengan C atau A.(B.C), yaitu B.C diperkalikan terlebih dahulu kemudian A dikalikan dengan hasilnya. Jika suatu fungsi perkalian matriks "dihargai" sbb. Dua matriks A berukuran baris x kolom = m x n dikalikan matriks B berukuran = n x p maka harga perkalian matriks tersebut adalah m x n x p.

8. Diberikan matriks-matriks A, B, C, dan D masing-masing berukuran 20x200, 200x20, 20x100, 100x10. Berapakah harga untuk urutan perkalian (A.B).(C.D) ?
   (A) 820.000
   (B) 680.000
   (C) 420.000
   (D) 104.000
   (E) 800.000

Perkalian A dengan B menghasilkan matriks baru (misalkan bernama E) berukuran 20×20.

Perkalian C dengan D menghasilkan matriks baru (F) berukuran 20×10.

Harga (A.B) $= 20 \times 200 \times 20 = 80\ 000$

Harga (C.D) = $20 \times 100 \times 10 = 20\ 000$

Harga (E.F) = $20 \times 20 \times 10 = 4\ 000$

Total harga = harga (A.B) + harga (C.D) + harga (E. F) = 80 000 + 20 000 + 4 000

= 104 000

(OSP 2006)

9. Diberikan perkalian dari empat matriks A.B.C.D yang masing-masing berukuran 20x200, 200x20, 20x100, 100x10. Manakah urutan perkalian matriks yang membutuhkan biaya paling murah?
   (A) ((A.B).C).D
   (B) (A.B).(C.D)
   (C) (A.(B.C)).D
   (D) A.((B.C).D)
   (E) A.(B.(C.D))

Harga pilihan jawaban A:

A.B = $20 \times 200 \times 20$

= 80 000

(A.B).C = $20 \times 20 \times 100$

= 40 000

((A.B).C).D = $20 \times 100 \times 10$

= 20 000

Total = 140 000

Harga pilihan jawaban B:

A.B = $20 \times 200 \times 20$

= 80 000

C.D = $20 \times 100 \times 10$

	$= 20\ 000$
(A.B).(C.D)	$= 20 \times 20 \times 10$
	$= 2\ 000$
Total	$= 102\ 000$

<u>Harga pilihan jawaban C:</u>

B.C	$= 200 \times 20 \times 100$
	$= 400\ 000$
A.(B.C)	$= 20 \times 200 \times 100$
	$= 400\ 000$
(A.(B.C)).D	$= 20 \times 100 \times 10$
	$= 20\ 000$
Total	$= 820\ 000$

<u>Harga pilihan jawaban D:</u>

B.C	$= 200 \times 20 \times 100$
	$= 400\ 000$
(B.C).D	$= 200 \times 100 \times 10$
	$= 200\ 000$
A.((B.C).D)	$= 20 \times 200 \times 10$
	$= 40\ 000$
Total	$= 640\ 000$

<u>Harga pilihan jawaban E:</u>

C.D	$= 20 \times 100 \times 10$
	$= 20\ 000$
B.(C.D)	$= 200 \times 20 \times 10$

	=	40 000
A.(B.(C.D))	=	$20 \times 200 \times 10$
	=	40 000
Total	=	100 000

Dari perhitungan di atas, didapatkan bahwa urutan perkalian matriks yang membutuhkan biaya paling murah (100 000) adalah A.(B.(C.D)).

(OSP 2006)

10. Pepen berdiri sejauh 18 meter di sebelah utara Tugu Pemuda, Fanny berdiri 24 meter di sebelah barat Tugu yang sama. Berapakah jarak terdekat antara Fanny dan Pepen yang dapat ditempuh ?

    (A) 30 meter
    (B) 900 meter
    (C) 6 meter
    (D) 42 meter
    (E) 90 meter

Posisi Pepen, Fanny dan Tugu Bermuda membentuk segitiga siku-siku pada Tugu Bermuda di mana jarak antara Pepen dan Fanny adalah sisi miring segitiga.

18 = $\underline{3}$ x 6, dan 24 = $\underline{4}$ x 6.

Dengan Triple Pythagoras {3, 4, 5}, maka sisi miring segitiga tersebut adalah:

30 = $\underline{5}$ x 6

(OSP 2008)

11. Apabila dua buah bilangan 2^n dan 5^n (di mana n adalah bilangan bulat positif) dimulai dengan digit yang sama, maka digit tersebut adalah... (Catatan: bilangan dituliskan dengan notasi desimal, tanpa diawali nol.)

    (A) 9
    (B) 5
    (C) 6

(D) 7
(E) 3

Pada n = 5, $2^5 = \underline{3}2$ dan $3^5 = \underline{3}125$

(OSP 2008)

12. Jika a, b, c, d dan e adalah bilangan-bilangan bulat yang tidak nol dan tidak negatif serta tidak ada yang sama, dan diketahui pula a+b+c+d=10, berapakah harga terbesar yang mungkin dari ab+cd ?

(A) 10
(B) 32
(C) 25
(D) 14
(E) > 50

Set empat bilangan positif unik yang memenuhi persamaan $a + b + c + d = 10$ hanya ada satu: {1, 2, 3, 4}. Dari set bilangan tersebut, hanya ada tiga kombinasi yang unik:

$a \,.\, b + c \,.\, d$

$1 \,.\, 2 + 3 \,.\, 4 = 14$

$1 \,.\, 3 + 2 \,.\, 4 = 11$

$1 \,.\, 4 + 2 \,.\, 3 = 10$

(OSP 2008)

13. Di dalam suatu kotak terdapat 2N buah bola dan di antaranya terdapat N bola berwarna putih dan N bola beraneka warna secara unik (satu bola satu warna, tidak ada yang sama) dan tidak putih. Berapa banyak kombinasi untuk memilih N bola dari 2N bola itu? (Catatan: Dalam perhitungan kombinasi, AAB dan ABA dianggap sama.)

(A) 2N

(B) $(2^N / 2)$
(C) 2^N
(D) N!
(E) (2N)! / N!

Banyak kombinasi memilih *N* bola dari 2*N* bola tersebut bisa dipecah menjadi beberapa bagian:

- Banyak kombinasi memilih *N* bola di mana tidak ada bola berwarna terambil → *N*C0, hanya ada 1 cara.
- Banyak kombinasi memilih *N* bola di mana tepat satu bola berwarna terambil → *N*C1.

  Misalkan *N* = 4, bola putih = A, bola berwarna = B, C, D dan E.

  Bola tersedia: AAAABCDE

  Banyak cara memilih satu bola berwarna dari empat yang tersedia adalah 4C1 (= 4).

  AAAB, AAAC, AAAD, AAAE.

- Banyak kombinasi memilih *N* bola di mana tepat dua bola berwarna terambil → *N*C2

  Misalkan *N* = 4, bola putih = A, bola berwarna = B, C, D dan E.

  Bola tersedia: AAAABCDE

  Banyak cara memilih dua bola berwarna dari empat yang tersedia adalah 4C2 (= 6).

  AABC, AABD, AABE, AACD, AACE, AADE.

- …
- Banyak kombinasi memilih *N* bola di mana tepat *N* bola berwarna terambil → *NCN*

Catatan: *NCk* adalah banyak kombinasi memilih *k* benda dari *N* pilihan.

Dengan demikian jumlah seluruh kombinasinya adalah $\sum_{k=0}^{N} NCk$ atau sama dengan 2^N

(OSP 2008)

14. Pak Dengklek memiliki buku yang bernomor halaman mulai 1 s.d. N. Jika semua nomor halaman buku tersebut ditulis secara berderet dibutuhkan 552 digit. Berapakah N?

    (A) 205
    (B) 210
    (C) 211
    (D) 212
    (E) 220

Jumlah digit pada deret angka 1 s/d 999 adalah:

1 – 9	: 9 x 1 digit	= 9 digit
10 – 99	: 90 x 2 digit	= 180 digit
100 – 999	: 900 x 3 digit	= 2700 digit

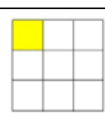
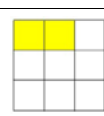
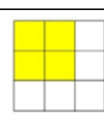
Jumlah digit yang ditulis pada buku Pak Dengklek adalah 552, sehingga buku tersebut berakhir pada halaman dengan tiga digit (100 – 999). Banyak halaman yang terdiri dari tiga digit adalah: (552 – 9 – 180) / 3 = 121 halaman. Dengan demikian jumlah halaman total di buku tersebut adalah 9 + 90 + 121 = 220 halaman.

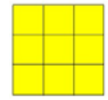
(OSP 2008)

15. Berapa banyak segi empat yang terbentuk dari tabel berukuran 3x3?

    (A) 36
    (B) 27
    (C) 30
    (D) 40
    (E) 35

Ada sembilan jenis segi empat yang bisa dibentuk:

 1 x 1 (9 buah)	 1 x 2 (6 buah)	… 1 x 3 (3 buah)
… 2 x 1 (6 buah)	 2 x 2 (4 buah)	…. 2 x 3 (2 buah)

….	….	
3 x 1 (3 buah)	3 x 2 (2 buah)	3 x 3 (1 buah)

Total: 36 buah

Jika soal ini digeneralisasi dari tabel 3 x 3 menjadi tabel n x n, maka kita akan menemukan suatu pola bilangan:

n	*Jumlah segi empat*
1	1 $= 1^2$
2	9 $= (1 + 2)^2$
3	36 $= (1 + 2 + 3)^2$
4	100 $= (1 + 2 + 3 + 4)^2$
…	…
n	$Sn^2 = (1 + 2 + \ldots + n)^2$

Di mana Sn adalah jumlah bilangan bulat positif dari 1 sampai n.

(OSP 2008)

16. Pak Ganesh menulis angka 1 s.d. 10000. Berapa banyak angka 1 yang muncul pada hasil tulisan Pak Ganesh?

    (A) 5000
    (B) 1000
    (C) 4001
    (D) 2092
    (E) 3505

Cari ada berapa banyak kemunculan angka 1 pada penulisan angka 0000 s/d 9999 (bilangan 4 digit). Permasalahan ini bisa dipecah menjadi beberapa bagian:

Kemunculan angka 1 pada digit pertama : 1***

Kemunculan angka 1 pada digit kedua : *1**

Kemunculan angka 1 pada digit ketiga : **1*

Kemunculan angka 1 pada digit keempat : ***1

Catatan: simbol * merepresentasikan angka sembarang dari 0 s/d 9.

Pada masing-masing kemunculan di atas, simbol *** bisa digantikan oleh sembarang angka dari 000 s/d 999, sehingga total masing-masing terdapat 1000 kombinasi. Dengan demikian, total kemunculan angka 1 pada bilangan 4 digit (0 s/d 9999) ada 4000 buah. Sehingga, kemunculan angka 1 pada 1 s/d 10000 adalah 4001.

(OSP 2008)

17. Di suatu provinsi, diadakan lomba voli tiap 3 tahun sekali, lomba bulutangkis tiap 4 tahun sekali, lomba sepak bola tiap 7 tahun sekali, dan lomba tenis tiap 6 tahun sekali. Pada tahun 2000 semua lomba tersebut diadakan. Berapa kali terdapat lebih dari satu lomba dalam setahun dalam periode antara tahun 2005 dan tahun 2017?

    (A) Kurang dari 8 kali
    (B) 8 kali
    (C) 9 kali
    (D) 10 kali
    (E) Lebih dari 10 kali

Tabel penyelenggaraan lomba per tahun:

2000 **A** B C D	2001	2002	2003 **A**	2004 **B**
2005 **D**	2006 **A C**	2007	2008 **B**	2009 **A**
2010 D	2011 **D**	2012 **A B**	2013 **C**	2014
2015 **A**	2016 **B**	2017 **D**		

A : Voli (setiap 3 tahun)

B : Bulutangkis (setiap 4 tahun)

C : Sepak Bola (setiap 7 tahun)

D : Tenis (setiap 6 tahun)

(OSP 2008)

18. Tahun "semi-kabisat" adalah tahun yang bukan merupakan tahun kabisat, tetapi jika tiap bilangan penyusun angka tahunnya dijumlahkan, hasilnya habis dibagi dengan 4. Ada berapa tahun "semi-kabisat" semenjak tahun 1901 hingga 1960?

(A) 10
(B) 12
(C) 15
(D) 16
(E) 18

Hanya dua digit terakhir pada angka tahun yang berubah dari 1901 hingga 1960. Karena sisa pembagian dengan 4 dari jumlah dua digit pertama adalah 2 (dari (1 + 9) mod 4), maka jumlah dua digit terakhir juga harus memiliki 2 sebagai sisa pembagian dengan 4 (agar keseluruhan bilangan habis dibagi 4).

Banyaknya bilangan dari 1 s/d 60 yang jumlah digitnya memiliki 2 sebagai sisa pembagian dengan 4 adalah:

190* : 1902, 1906

191* : 1911, 1915, 1919

192* : 1920, 1924, 1928

193* : 1933, 1937

194* : 1942, 1946

195* : 1951, 1955, 1959

1960 : 1960

Dari 16 tahun di atas, yang merupakan tahun kabisat ada sebanyak 4 buah, yaitu: 1920, 1924, 1928, 1960. Dengan demikian jumlah tahun semi-kabisat dari 1901 hingga 1960 adalah 16 – 4 = 12 buah.

(OSP 2008)

19. Jika n adalah sebuah bilangan bulat ganjil, maka:
 (i) n3 – n2 pasti ganjil
 (ii) n2 – n pasti genap
 (iii) n3 – n pasti ganjil
 (iv) n4 – n2 pasti genap

 Pernyataan yang benar adalah:

 (A) (i), (iii)
 (B) (i), (ii), (iii)
 (C) (ii), (iv)
 (D) (ii), (iii), (iv)
 (E) (iv)

Sebuah bilangan ganjil jika dipangkatkan dengan bilangan bulat positif apapun akan menghasilkan bilangan ganjil juga.

Pernyataan (i) : $n^3 - n^2$ pasti ganjil

ganjil – ganjil = genap, pernyataan (i) salah!

Pernyataan (ii) : $n^2 - n$ pasti genap

ganjil – ganjil = genap, pernyatan (ii) benar!

Pernyataan (iii) : $n^3 - n$ pasti ganjil

ganjil – ganjil = genap, pernyataan (iii) salah!

Pernyataan (iv) : $n^4 - n^2$ pasti genap

ganjil – ganjil = genap, pernyataan (iv) benar!

(OSP 2008)

20. Si Upik pandai menjumlahkan, namun ia hanya dapat menulis angka 1 dan 2. Oleh karena itu, saat Upik ingin menuliskan sebuah angka yang lebih dari 2, ia menuliskan beberapa angka 1 dan beberapa angka 2 sedemikian sehingga jika dijumlahkan jumlahnya adalah bilangan tersebut. Contohnya, untuk menuliskan angka 3, Upik memiliki tepat 3 cara yaitu 12, 21, atau 111 (1+2=3 ; 2+1=3 ; 1+1+1=3). Untuk menuliskan angka 2, sebenarnya Upik memiliki 2 cara yaitu 2 dan 11 (2=2; 1+1=2), tapi hanya ada 1 cara untuk menuliskan angka 1. Berapa banyak cara Upik untuk menuliskan angka 8?

(A) 21
(B) 25
(C) 30
(D) 34
(E) 55

Untuk menuliskan angka 8, ada dua operasi yang bisa dilakukan:

- Menuliskan angka 1 di paling depan, sehingga angka yang tersisa adalah 7.
- Menuliskan angka 2 di paling depan, sehingga angka yang tersisa adalah 6.

Banyaknya cara menuliskan angka 8 adalah jumlah dari banyaknya cara melakukan dua operasi di atas (banyak cara menuliskan angka 7 dan banyak cara menuliskan angka 6).

Misalkan banyaknya cara menuliskan angka n adalah f(n), maka relasi rekurens pada permasalahan ini adalah:

- $f(1) = 1$

- $f(2) = 2$
- $f(n) = f(n-1) + f(n-2)$

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(n)$	1	2	3	5	8	13	21	34

(OSP 2008)

21. Pak Dengklek ingin membagikan buku tulis kepada 100 anak panti asuhan. Masing-masing anak mendapat setidaknya satu buku tulis, dan tidak ada anak yang mendapat lebih dari lima buku tulis. Tidak ada seorang anak pun yang mendapat buku tulis lebih banyak dari jumlah buku tulis yang dimiliki dua orang anak lainnya. Jika Aseng, Adi, dan Ujang adalah anak panti asuhan dan Aseng mendapat tiga buku tulis, maka pernyataan manakah yang benar di bawah ini:
    (i) Ujang mungkin hanya mendapat satu buku tulis.
    (ii) Jika diketahui Ujang mendapat empat buku tulis, maka Adi tidak mungkin mendapat satu buku tulis.
    (iii) Tidak mungkin ada anak yang mendapat tepat lima buku tulis.

    (A) (i) dan (ii) benar
    (B) (i) dan (iii) benar
    (C) (ii) dan (iii) benar
    (D) (i), (ii), dan (iii) benar
    (E) Pilihan a sampai d salah semua

Fakta/Aturan:

a. Masing-masing anak mendapatkan antara satu sampai dengan lima buku tulis.
b. Tidak ada seorang anak pun yang mendapat buku tulis lebih banyak dari jumlah buku tulis yang dimiliki dua orang anak lainnya.
c. Aseng mendapat tiga buku tulis.

Pernyataan (i) : Ujang mungkin hanya mendapat satu buku tulis.

Ada satu cara pembagian buku yang membenarkan pernyataan ini: Aseng 3 buku tulis, Ujang 1 buku tulis dan Adi 2 buku tulis. Pernyataan (i) benar!

Pernyataan (ii): Jika diketahui Ujang mendapat empat buku tulis, maka Adi tidak mungkin mendapat satu buku tulis.

Ada satu cara pembagian buku yang menggagalkan pernyataan ini: Aseng 3 buku tulis, Ujang 4 buku tulis dan Adi 1 buku tulis. Pembagian dengan cara ini tidak melanggar aturan/fakta yang ada. Pernyataan (ii) salah!

Pernyataan (iii) : Tidak mungkin ada anak yang mendapat tepat lima buku tulis.

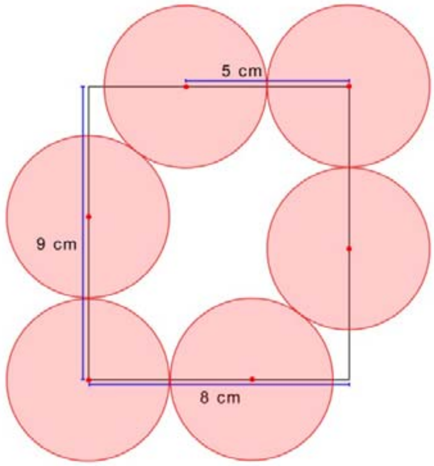
Ada beberapa cara pembagian buku yang menggagalkan pernyataan ini, salah satunya adalah: Aseng 5 buku tulis, Ujang 5 buku tulis dan Adi 5 buku tulis. Pembagian dengan cara ini tidak melanggar aturan/fakta yang ada. Pernyataan (iii) salah!

(OSP 2008)

22. Suatu hari Pak Dengklek mengajak Pak Ganesh bermain. Mula-mula Pak Dengklek memberikan sebuah kertas yang sudah bergambar segi empat berukuran 8 cm x 9 cm lalu meminta Pak Ganesh menggambar N buah titik di atas kertas itu sedemikian sehingga tidak ada dua buah titik yang berjarak kurang dari 5 cm (semua titik yang digambar tidak boleh berada di luar segi empat yang sudah tergambar sebelumnya, tetapi boleh di dalam atau tepat pada garis segi empat tersebut). Pak Dengklek menang jika Pak Ganesh tidak mampu menggambar N buah titik dengan syarat tersebut. Berapa N minimal agar Pak Dengklek pasti menang?

(A) 5
(B) 6
(C) 7
(D) 8
(E) 9

Jumlah titik maksimum yang dapat diletakan pada kertas tersebut adalah 6 buah.



Dengan demikian agar Pak Dengklek menang, nilai *N* yang diberikan harus di atas 6.

(OSP 2008)

B. Soal Algoritmika

23. Perhatikan potongan algoritma berikut:

```
Procedure kocok(d: integer; kata: string);
var
    i: integer;
    c : char;
begin
    i:=1;
   repeat
       c := kata[i];
       kata[i] := kata[i+d];
       kata[i+d] := c;
       i:= i+1;
   until (i=length(kata)-1);
   writeln(kata);
end;
```

Apa yang dicetaknya pada pemanggilan kocok(1, 'GO GET GOLD') ?

(A) GO GET GOLD

(B) O GET GOLGD

(C) DGO GET GOL

(D) GET GOLDOG

(E) go get gold

Keadaan awal : d=1 dan kata='GO GET GOLD'

Keterangan : length(kata) = 11, i merupakan indeks perulangan dalam prosedur tersebut

Penukaran karakter dilakukan pada karakter ke-*i* dengan ke-*i+1*, yang pada tabel di bawah ini ditandai dengan warna kuning

i	Karakter ke-										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	G	O		G	E	T		G	O	L	D
1	O	G		G	E	T		G	O	L	D
2	O		G	G	E	T		G	O	L	D
3	O		G	G	E	T		G	O	L	D
4	O		G	E	G	T		G	O	L	D
5	O		G	E	T	G		G	O	L	D
6	O		G	E	T		G	G	O	L	D
7	O		G	E	T		G	G	O	L	D
8	O		G	E	T		G	O	G	L	D
9	O		G	E	T		G	O	L	G	D
10	*Selesai*										

Jadi, yang dicetak setelah pemanggilan kocok(1,'GO GET GOLD') adalah O GET GOLGD

(OSP 2007)

24. Perhatikan potongan algoritma berikut:

```
c := 0;
d := 0;
while (a>b) do
begin
a:= a-b;
c:= c+1;
d:= d+b;
end;
writeln(c, ', ',d);
```

Jika nilai a=23, b=4, maka keluaran dari algoritma di atas adalah:

(A) 3, 33
(B) 1, 4
(C) 0, 0
(D) 6, 23
(E) 5, 20

Pemrosesan algoritma tersebut dapat ditunjukkan pada tabel di bawah ini.

a	b	C	d	Keterangan
23	4	0	0	*Kondisi awal, a>b*
19	4	1	4	*a>b*
15	4	2	8	*a>b*
11	4	3	12	*a>b*
7	4	4	16	*a>b*
3	4	5	20	*Loop berhenti karena a<=b*

Jadi, keluaran dari algoritma tersebut adalah 5, 20

(OSP 2007)

25. Perhatikan potongan algoritma berikut:

```
procedure panjang (p: integer);
var
   z : array[0..9] of integer;
   a, b, c, d : integer;
```

```
    x : integer;
  begin
    for a:= 0 to 9 do
      case (a mod 5) of
      0 : z[a] := 3;
      1 : z[a] := 1;
      2 : z[a] := 4;
      3 : z[a] := 2;
      4 : z[a] := 0;
    end;


    for b:= 9 downto 0 do begin
      x:= 3*z[b];
      z[b]:= a - b;
    end;
    for c:= 0 to 9 do
      if (c mod 2 = 0) then
        z[c]:= z[c] + 5;
    for d:= 9 downto 0 do
      if (z[d] < 0) then
        z[d] := z[d] * -1;
    writeln(z[p]);
  end;
```

Apakah keluaran yang dihasilkan algoritma di atas dalam pemanggilan panjang(9)?

(A) 8
(B) 6
(C) 4
(D) 2
(E) 0

Pada perulangan baris ke-7, nilai elemen array z diisi oleh nilai-nilai dalam case of berdasarkan nilai a mod 5. Nilai a pada akhir perulangan adalah 9.

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
z[a]	3	1	4	2	0	3	1	4	2	0

Pada perulangan baris ke-15, nilai x diisi oleh hasil 3*nilai elemen array z pada masing-masing indeks b. Nilai elemen array z masing-masing tersebut juga berubah dan diisi nilai a – b, yaitu 9 – indeks b.

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
z[a]	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Pada perulangan baris ke-19, nilai elemen array z berubah menjadi 5 lebihnya dari nilai elemen array z sebelumnya jika indeks c dapat habis dibagi 2.

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
z[a]	14	8	12	6	10	4	8	2	6	0

Pada perulangan baris ke-22, nilai elemen array z tidak berubah karena masing-masing nilainya >=0.

Berdasarkan penjelasan di atas, keluaran pemanggilan panjang(9) adalah 0

(OSP 2007)

26. Perhatikan prosedur coba(n) berikut.

```
procedure coba(var n: integer);
begin
   if n > 0 then begin
   n := n div 3;
   write(n mod 3);
   coba(n);
   end;
end;
```

Apa yang akan dicetak saat pemanggilan coba(z) dengan z sebelumnya sudah memiliki harga 49?

(A) 0001
(B) 1211
(C) 0121
(D) 1120
(E) 1210

Pemrosesan potongan algoritma tersebut dengan n=49 dapat direalisasikan dalam tabel berikut ini.

Pemanggilan	n=n div 3	write(n mod 3)	coba(n)
coba(49)	16	1	coba(16)
coba(16)	5	2	coba(5)
coba(5)	1	1	coba(1)
coba(1)	0	0	coba(0)
coba(0)	*Selesai*		

Jadi, yang akan tercetak adalah 1210

(OSP 2007)

27. Perhatikan potongan algoritma berikut:

```
procedure jalan(n: integer);
begin
if n > 0 then begin
jalan(n div 5);
write(n mod 5 + 1);
end;
end;
```

Pada pemanggilan jalan(49) pada procedure di atas ini apa yang akan dicetaknya kemudian?

(A) 222
(B) 52
(C) 49
(D) 255
(E) 5

jalan(49) :

- jalan(9)
    - jalan(1)
        - jalan(0)
        - write(2)
    - write(5)
- write(5)

Jadi, yang akan tercetak adalah 255

(OSP 2007)

28. Perhatikan potongan algoritma berikut:

```
procedure call(x:integer);
begin
   if x<>0 then begin
      write('*');
      x := x – 1;
      call(x);
```

```
        x := x + 1;
    end;
end;
```

Apakah output dari pemanggilan call(3) ?

(A) ***

(B) *

(C) **

(D) ******** ... (banyak tak terhingga)

(E) ******

call(3):

- write('*')
- x = 2
- call(2)
    - write('*')
    - x = 1
    - call(1)
        - write('*')
        - x = 0
        - call(0)
        - x = 1
    - x = 2
- x = 3

Jadi, output yang dihasilkan adalah ***

(OSP 2007)

29. Perhatikan algoritma berikut:

```
Procedure geser(i: integer);
begin
    i := (((i shl 4) shr 6)  shl 2);
```

```
    writeln(i);
  end;
```

Apakah output dari pemanggilan geser(9) di atas?

(A) 1
(B) 0
(C) 2
(D) 4
(E) 8

i	$= 9_{10} = 1001_2$
i shl 4	$= 10010000_2$
(i shl 4)shr 6	$= 10_2$
((i shl 4)shr 6)shl 2	$= 1000_2 = 8_{10}$

(OSP 2007)

30. Perhatikan algoritma berikut:

```
function ABC (a, b : integer) : integer;
var
  hasil : integer;
begin
  if (a mod b = 0) then ABC := b
  else ABC := ABC(a, b-1);
end;
```

Berapakah hasil ABC(12, 4)?

(A) -1
(B) 0
(C) 1
(D) 2
(E) 4

Fungsi ABC mengembalikan nilai b jika a merupakan kelipatan b (a mod b = 0). Jika b bukan faktor dari a, maka fungsi ini akan memanggil dirinya kembali dengan parameter ABC(a,b-1). Tampak bahwa fungsi ABC akan mengembaikan nilai faktor terbesar dari a yang kurang dari atau sama dengan

b. Maka hasil ABC(12,4) adalah 4.

(OSP 2008)

Catatan: Jawaban dan pembahasan soal non-pemrograman ini disusun oleh para kontributor TOKI[1] dan bukan merupakan jawaban/pembahasan resmi.

[1] Kontributor: Bernardino Dito; Brian Marshal; Prima Chairunnanda, B. Eng.; Riza Oktavian Nugraha Suminto; Roberto Eliantono Adiseputra; Suhendry Effendy, S. Kom.

C. Soal Pemrograman

Faktorial

Kode Soal:	OSN601
Batas Run-time:	1 detik / test-case
Batas Memori:	32 MB
Masukan:	`Standard input`
Keluaran:	`Standard output`

Diberikan sebuah bilangan *N*, *N*! disebut *N* faktorial dan nilainya dihitung dengan rumus :

$$N \text{ x } (N - 1) \text{ x } (N - 2) \ldots \text{ x } 1.$$

Tugas Anda adalah menghitung berapa jumlah angka nol berturutan yang mengakhiri *N*!.

Sebagai contoh:

- *N* = 10: 10! = 3 628 800, maka jumlah angka nol adalah 2.
- *N* = 8: 8! = 40 320, jumlah angka nol adalah 1 (nol di tengah tidak dihitung).

FORMAT MASUKAN

Masukan hanya terdiri dari satu baris berisi bilangan bulat *N* ($1 \le N \le 10\ 000$).

FORMAT KELUARAN

Tuliskan satu bilangan bulat yang menyatakan jumlah angka nol yang mengakhiri *N*!.

CONTOH MASUKAN 1

```
10
```

CONTOH KELUARAN 1

```
2
```

CONTOH MASUKAN 2

```
8
```

CONTOH KELUARAN 2

```
1
```

CATATAN

Hati-hati dengan integer overflow: tipe data longint atau long hanya dapat menampung bilangan hingga sekitar 2 milyar.

PETUNJUK

Jika anda dapat memanfaatkan sifat rumus faktorial, maka anda akan mendapatkan hasil yang lebih efisien

PEMBAHASAN[2]

Pertanyaan: Berapa banyak deretan angka nol di belakang bilangan faktorial *N*! ? Jika Anda menjawabnya dengan memperkalikan semua bilangan *N*.(*N*-1).(*N*-2)....2.1 dst maka anda hanya berhasil menjawab untuk *N* yang kecil (sebatas ukuran harga terbesar dari bilangan bulat yang disediakan serta batas waktu komputasi yang diberikan).

Jadi Anda perlu melakukan analisis sebagai berikut:

Karena banyaknya angka nol di belakang suatu angka bergantung pada berapa banyak kemunculan faktor 2 dan faktor 5 (mengapa? karena 2 kali 5 adalah 10). Dan khususnya, untuk suatu bilangan *N*! dapat dibuktikan banyaknya kemunculan faktor 5 tidak akan lebih banyak dari banyaknya kemunculan faktor 2. Maka, pertanyaan di atas dapat dijawab dengan hanya menghitung total banyaknya kemunculan faktor 5 dari bilangan-bilangan pembentuk *N*! Bilangan yang berisi faktor 5 adalah bilangan-bilangan kelipatan 5 saja jadi cukup kita memperhatikan bilangan-bilangan kelipatan 5 ini. Misalnya dalam 10! hanya ada dua bilangan yang memiliki faktor 5 yaitu 5 dan 10 sendiri sehingga. Contoh lain, dalam 29! ada 5, 10, 15, 20, 25 yang berisi faktor 5, dan karena pada 25 faktor 5 muncul dua kali menyebabkan 29! berisi kemunculan faktor 5 sebanyak 6 kali (jadi ada 6 nol di belakang 29!). Dengan mengiterasi *i* dari 5 ke *N* dengan kelipatan 5, dan mendapatkan berapa banyak faktor 5 dari bilangan i, lalu menjumlahkannya, maka anda dapat menjawabnya dengan baik... untuk level OSN 2006 ini!

```
i := 5;
count := 0;
while i <= N do
begin
    // menghitung berapa banyak kemunculan faktor 5 dalam i
    j := i;
    while (j mod 5) = 0 do begin
        j := j div 5;
        count := count + 1;
```

[2] Dikutip dari http://www.toki.or.id/archive/faktorialsolusi.html

```
    end;
    i := i + 5;
end;
```

Untuk tingkat OSN ini dengan cara demikian Anda dapat memperoleh nilai penuh. NAMUN, untuk tingkat lebih lanjut mungkin harga *N* bisa diberikan jauh lebih besar misalnya $N = 10^{12}$, algoritma harus beriterasi luar (while) sebanyak 2.10^{11} kali -- dan untuk setiap harga *i* akan diperlukan sekian kali lagi beriterasi untuk menghitung banyaknya faktor 5 dalam *i* yang akhirnya akan memerlukan waktu komputasi yang besar!. Apalagi jika waktu eksekusi lebih dibatasi jelas solusi tersebut tidak akan memberikan nilai penuh. Untuk itu Anda harus menggali ide lebih lanjut lagi…

Perhatikan bahwa:

- bilangan-bilangan berfaktor 5 adalah semua bilangan kelipatan 5. Jika J_1 adalah jumlah bilangan kelipatan 5 yang ≤ *N* tersebut maka J_1 = *N* **div** 5.
- di antara bilangan-bilangan itu terdapat bilangan-bilangan kelipatan 25, yaitu yang menyumbang faktor 5 sebanyak dua kali. Jika J_2 adalah banyaknya kemunculan bilangan kelipatan 25 yang ≤ *N*, maka J_2 = *N* **div** 25.
- di antara bilangan-bilangan itu terdapat bilangan-bilangan kelipatan 125, yaitu yang menyumbang faktor 5 tiga kali. Jika J_3 adalah banyaknya kemunculan bilangan kelipatan 125 yang ≤ *N* maka J_3 = *N* **div** 125.
- ... dst.

Maka, jumlah faktor 5 pada *N*! = $J_1 + J_2 + J_3 + ...$ = (*N* **div** 5) + (*N* **div** 25) + (*N* **div** 125) + ... berdasarkan analisis ini anda cukup membuat iterasi untuk menghitung dan mentotalkan (*N* **div** i) dengan *i* deret 5, 25, 125, ... selama $i \le N$. Algoritma yang diperoleh hanya berisi 8 baris saja sebagai berikut. Untuk $N = 10^{12}$, iterasi hanya dilakukan kurang dari 18 kali ($\log_5(10^{12}) < 18$).

```
readln(N);
i := 5;
count := 0;
while i <= N do begin
    count := count + (N div i);
    i := i * 5;
end;
writeln(count);
```

(OSN 2006)

Ulang Tahun

Kode Soal:	OSN603
Batas Run-time:	1 detik / test-case
Batas Memori:	32 MB
Masukan:	`Standard input`
Keluaran:	`Standard output`

Beberapa hari lagi, Pak Dengklek akan merayakan ulang tahunnya yang ke-61. Beliau bermaksud akan mengundang teman-temannya untuk menghadiri pesta ulang tahunnya tersebut. Sayangnya, beliau baru saja kehilangan satu-satunya buku telepon yang dipunyainya. Karena itu, ia harus mengunjungi wartel terdekat dan membuka buku kuning (*yellow pages*) untuk mengetahui nomor telepon teman-temannya. Tidak lupa ia mengajak Anda untuk membantunya mencarikan nomor telepon teman-temannya tersebut.

Diberikan buku kuning yang berisi pasangan nama dan nomor telepon seluruh penduduk desa tempat Pak Dengklek tinggal, serta nama-nama teman Pak Dengklek yang tinggal di desa tsb., tolonglah Pak Dengklek untuk mencari nomor telepon teman-teman Pak Dengklek tersebut.

FORMAT MASUKAN

Baris pertama berisi dua buah bilangan bulat:

- N ($1 \leq N \leq 10.000$), menunjukkan jumlah penduduk desa yang terdaftar di buku kuning.
- Q ($1 \leq Q \leq 10.000$), menunjukkan jumlah teman Pak Dengklek.

N baris selanjutnya berisi nama dan nomor telepon setiap orang di desa tersebut, dipisahkan dengan spasi.

Q baris selanjutnya berisi nama-nama teman Pak Dengklek. Nama setiap orang hanya akan tersusun dari huruf kapital, dengan panjang maksimal 15 huruf.

Daftar nama pada buku kuning akan terurut sesuai abjad, tetapi daftar teman Pak Dengklek yang akan dicari nomor telponnya belum tentu terurut dan satu teman Pak Dengklek bisa saja ditanyakan lebih dari sekali. Setiap nomor telepon terdiri atas tepat 7 angka, satu nomor telepon dapat dimiliki oleh lebih dari satu orang. Semua teman pak Dengklek yang akan dicari nomor telponnya pasti tercantum dalam buku kuning.

FORMAT KELUARAN

Keluarkan *Q* baris, di mana setiap barisnya berisi nomor telepon dari teman yang ditanyakan oleh Pak Dengklek.

CONTOH MASUKAN

```
10 5
ACONG 8468431
BALAJI 1573547
GREGOR 1765743
JAPRA 3746843
JOKO 1357891
MALARANGENG 1375638
MANMOHAN 1357562
SITORUS 1378651
TERRY 8756345
YUDHOYONO 1781945
GREGOR
YUDHOYONO
ACONG
MANMOHAN
JAPRA
```

CONTOH KELUARAN

```
1765743
1781945
8468431
1357562
3746843
```

PEMBAHASAN[3]

Pertanyaan: Jika diberikan N data terurut tersimpan dalam tabel, lalu Anda diminta mendapatkan suatu data di antara N data tersebut, maka apa yang akan Anda lakukan?

Paling naif tentu Anda mencari dari baris pertama dalam N data tersebut hingga ditemukan data yang dicari itu. Pemeriksaannya adalah dengan operasi membandingkan string-string yang bersangkutan (data yang dicari dan data tersimpan). Jika data sangat banyak sekali maka Anda akan menghadapi batas waktu komputasi.

Satu trik yang TERNYATA bisa lolos untuk mendapatkan nilai penuh di OSN ini (karena banyaknya datanya masih terlalu kecil!) adalah tetap dengan pemeriksaan dari baris pertama tetapi dengan memeriksa karakter pertama string-string itu: Jika sama maka periksa karakter berikutnya sementara jika berbeda, maka skip data tersebut untuk memeriksa data pada baris berikutnya.

[3] Dikutip dari http://www.toki.or.id/archive/ultahsolusi.html

Untuk tingkat lebih lanjut tentu solusi tersebut dibuat untuk tidak akan mendapatkan nilai penuh! Untuk mendapatkan nilai penuh maka ada dua teknik yang perlu dikuasai yaitu algoritma binary search dan yang lebih lanjut lagi adalah dengan hash table.

Algoritma binary search hanya dapat bekerja jika data sudah terurut. Idenya adalah sebagai berikut:

Misalkan data yang dicari adalah X. Data yang diperiksa pertama kali adalah data yang terdapat ditengah tabel. Jika tabel berindeks dari 1 s.d. N maka indeks tersebut adalah (N+1) div 2. Karena sudah terurut, jika data di tengah tadi bukanlah data yang dicari, maka X pasti berada di ruas kiri atau kanan tabel (sebelah kiri/kanan dari data tengah tadi). Sehingga, jika di ruas kiri, pemeriksaan dengan cara yang sama dapat diulangi pada ruas kiri tersebut yang kini sebagai keseluruhan. Untuk jelasnya Anda dapat melihat algoritma berikut.

```
// data nama dan no telepon ada di dalam array tabel[1..n] dengan
// field nama dan field telepon
bataskiri := 1;
bataskanan := n;
selesai := false;
while not selesai and (bataskiri <= bataskanan) do
begin
    tengah := (bataskiri + bataskanan) div 2;
    if (tabel[tengah].nama = X) then
        selesai := true
    else
        if (tabel[tengah].nama > X) then
            bataskanan := tengah - 1
        else
            bataskiri := tengah + 1;
end;
if (selesai) then
    writeln(tabel[tengah].telepon);
```

Algoritma ini dapat bekerja pada data yang sangat banyak dengan iterasi untuk kasus terburuknya dilakukan sebanyak $\log_2(n)$. jadi untuk data 10000 paling banyak akan dilakukan sebanyak 13 iterasi.

Karena pemeriksaan kesamaan di atas merupakan operasi string yang dapat memerlukan waktu lebih lama daripada pemeriksaan bilangan, maka pemeriksaan dapat dilakukan karakter demi karakter saja (seperti pada trik yang dibahas di atas). Selain itu, kedua pemeriksaan itupun dapat dilakukan hanya satu kali saja. Bagaimana? Bagi C programmer maka bagian tersebut sudah ada dalam library C sebagai fungsi strcmp().....

(OSN 2006)